

教育局  
課程支援分部  
中學校本課程發展組  
2022/23學年學校分享  
數學教育

**通過動手操作的探究活動和電子學習，  
促進學生理解度量、圖形與空間範疇的知識**

樂善堂梁銹琚書院

徐思蕊老師 陳奕蘊老師 陳思韻老師 林永浩老師



樂善堂梁錫琚書院

LOK SIN TONG LEUNG KAU KUI COLLEGE

## 分享內容

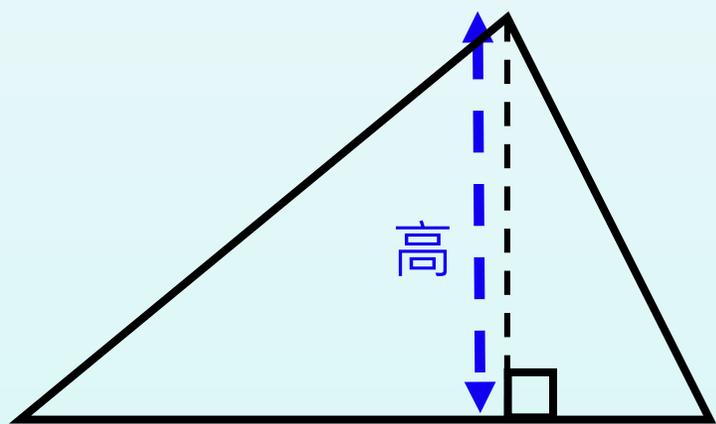
- 數學科課程發展的目標和策略
- 運用電子工具理解立體圖形概念
- 通過動手操作活動學習幾何概念
- 運用電子工具加強師生互動
- 總結和展望

# 運用電子工具理解立體圖形概念

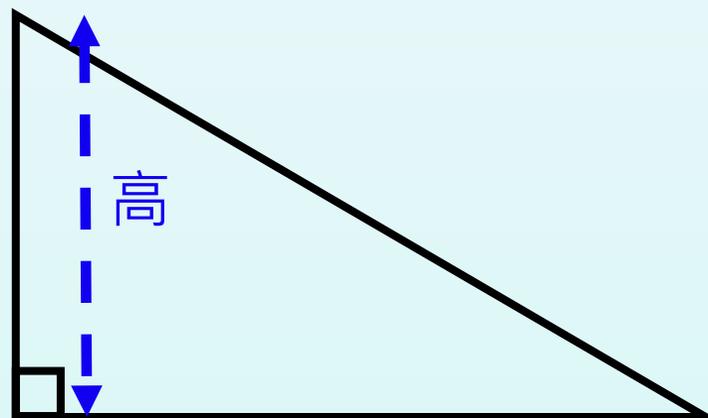
- 中一級「角柱的體積」
- 學習目標：
  - 學生能運用分割法或填補法求多邊形的面積
  - 學生能理解均勻截面的概念
- 學習難點：
  - 學生的先備知識欠穩固，未能計算基本平面圖形的面積
  - 學生未能理解點、線段和平面等基本幾何概念
  - 學生未能辨認角柱的均勻截面
- 學與教策略：運用電子工具幫助學生理解幾何概念

# 運用分割法和填補法的策略

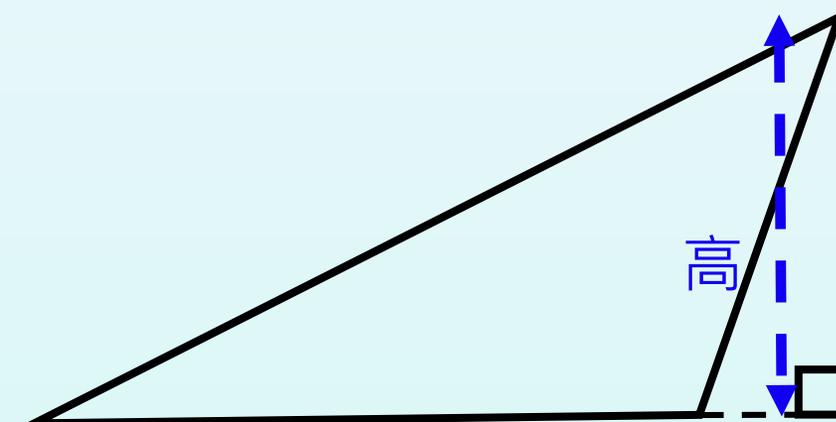
- (第一步) 重溫三角形高的概念



銳角三角形



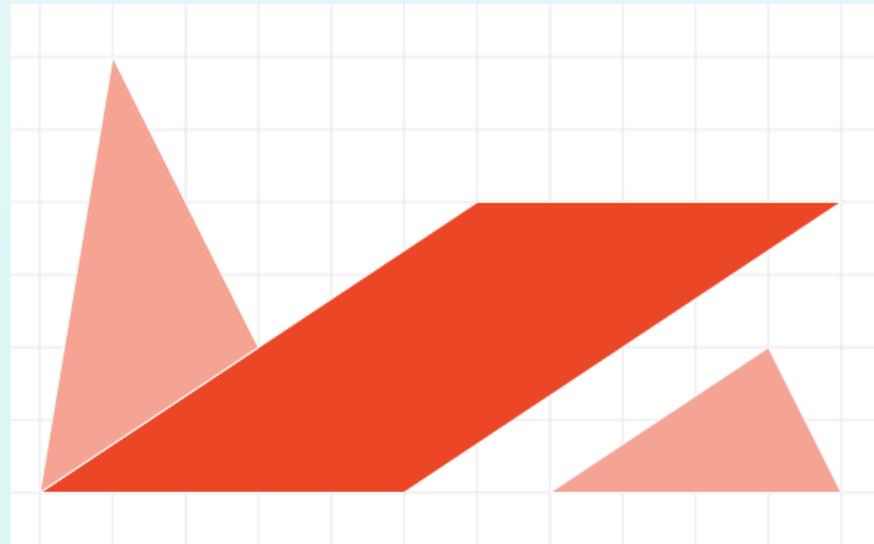
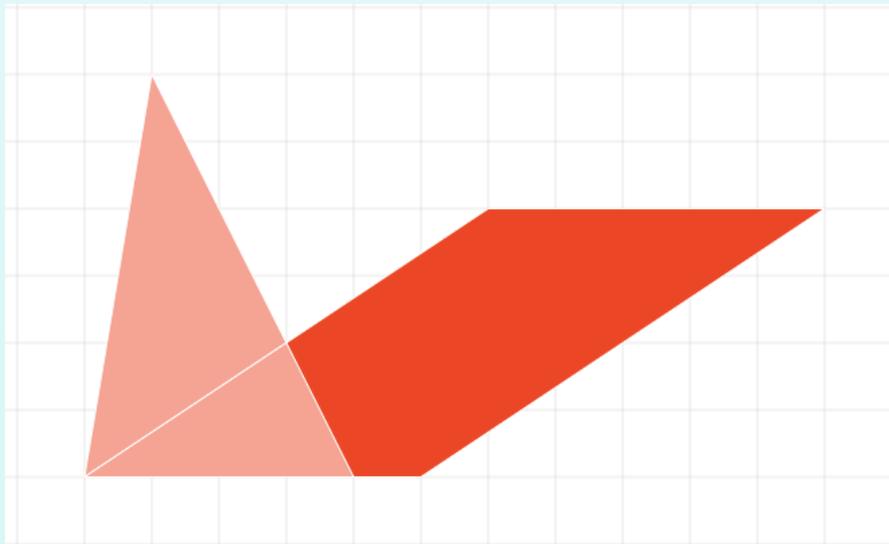
直角三角形



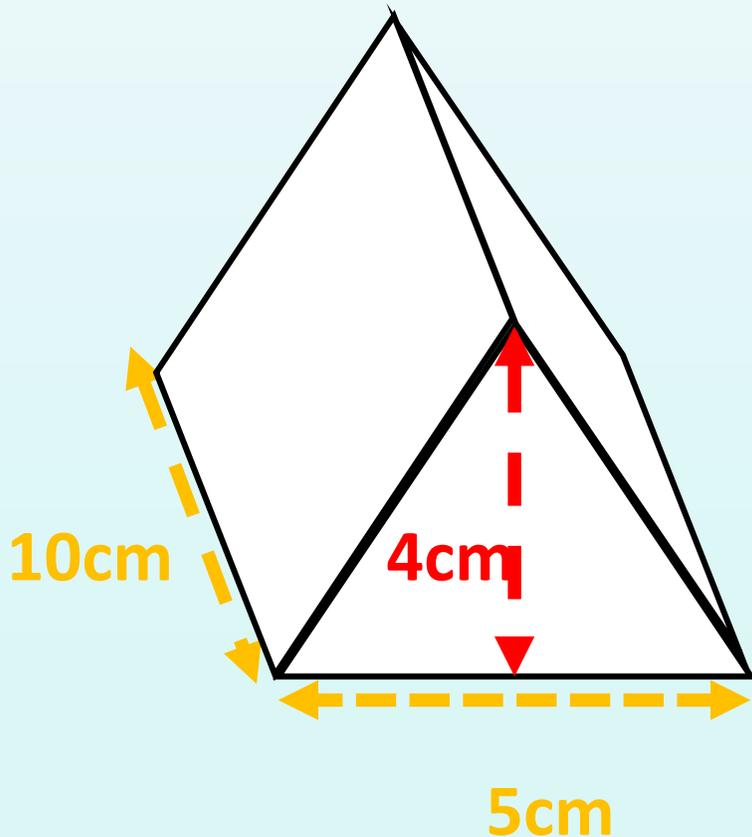
鈍角三角形

# 運用分割法和填補法的策略

- (第二步) 重溫以下**六種基本圖形**的面積公式：包括
  - **三角形**、長方形、正方形、平行四邊形、**梯形**和**菱形**
- (第三步) **辨別**圖形的底與其**對應的高**
- (第四步) 運用電子工具展示**重疊部分**



# 學生計算角柱體積的常犯錯誤



$$\text{底面積} = 5 \times 10 = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\begin{aligned}\text{角柱的體積} \\ &= 50 \times 4 \\ &= 200 \text{ (cm}^3\text{)}\end{aligned}$$

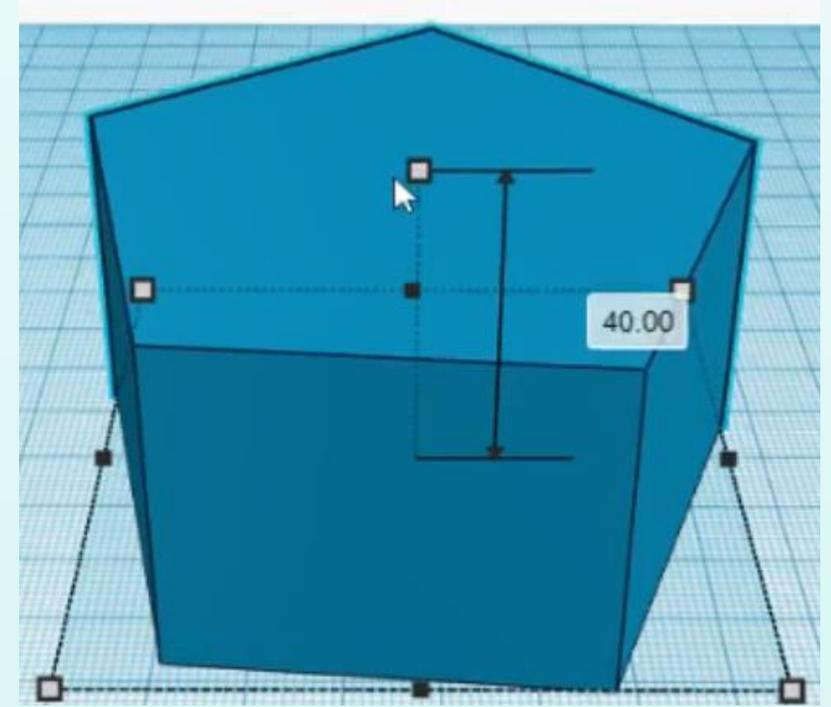
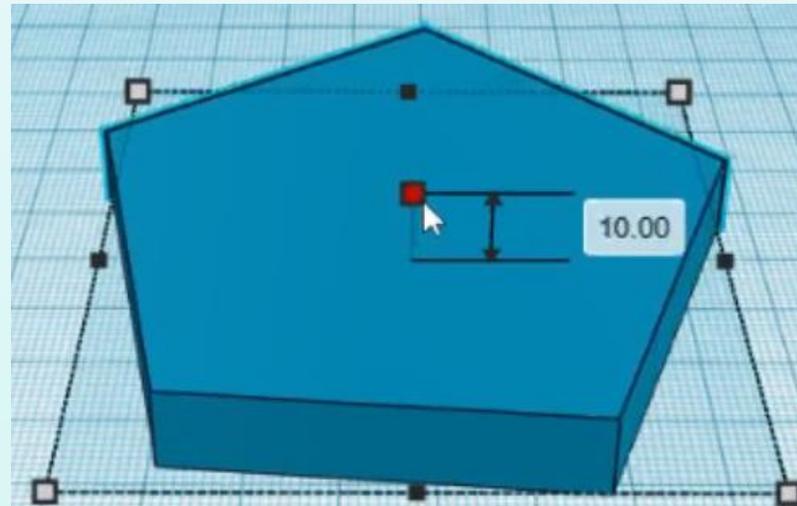
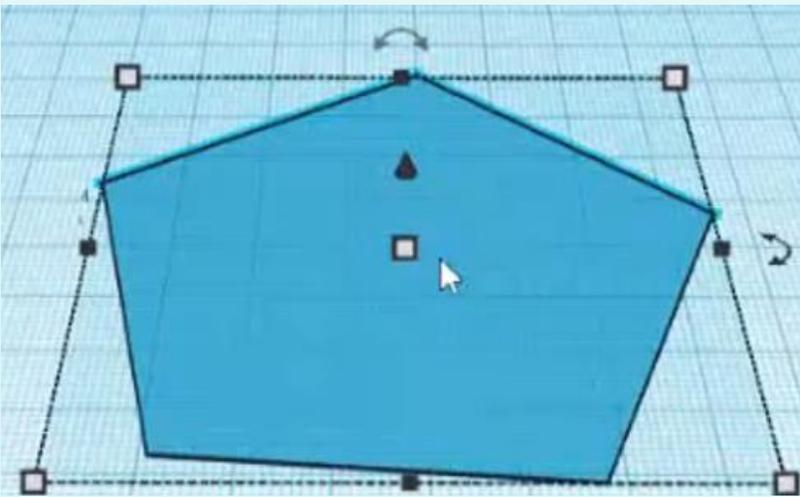
- 底面積為三角形，其面積為 $10 \text{ cm}^2$
- 角柱的高為 $10 \text{ cm}$
- 角柱的體積為 $100 \text{ cm}^3$

# 幾何概念的擴展

點 → 線 → 面 → 立體

# 角柱的形成與體積公式

角柱的體積 = 底面積  $\times$  角柱的高





# 學習活動總結和反思

- 運用電子工具展示角柱的概念，能幫助學生理解角柱均勻截面的概念，發展學生的空間感
- 學生運用準確的數學語言描述如何計算多邊形面積和角柱的體積

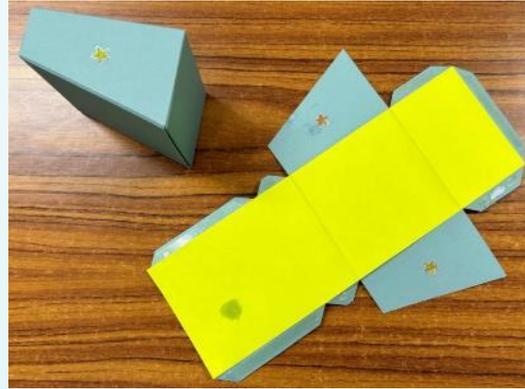
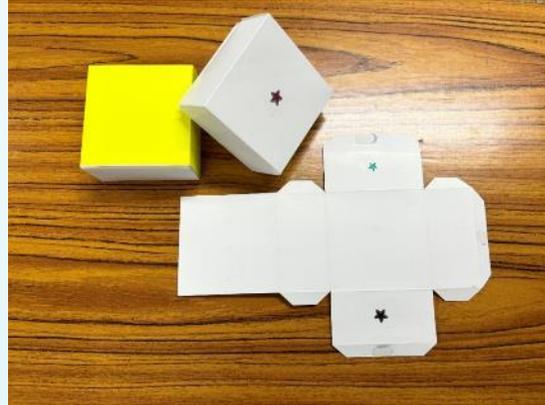
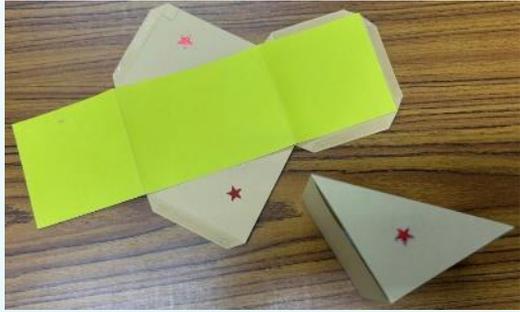
# 通過動手操作活動學習幾何概念(1)

- 中一級：面積和體積(一)
- 學習目標：
  - 學生能運用底周界乘以高求角柱的總側面面積
- 學習難點：
  - 學生的先備知識欠穩固，未能計算平面圖形的周界
  - 學生未能在角柱中辨別側面
- 學與教策略：
  - 運用實物教具幫助學生理解幾何概念
  - 連繫數學概念到日常生活

# 找出總表面面積最小的包裝盒

- 已知三個直立角柱，其高均為8cm，底分別為
  - 等腰直角三角形
  - 長方形
  - 梯形
- 量度及計算
  - 包裝盒的容量
  - 包裝盒的總表面面積

# 學生動手製作直立角柱



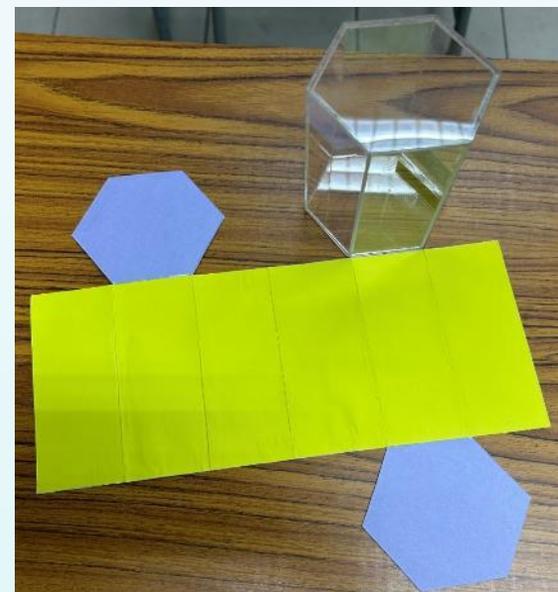
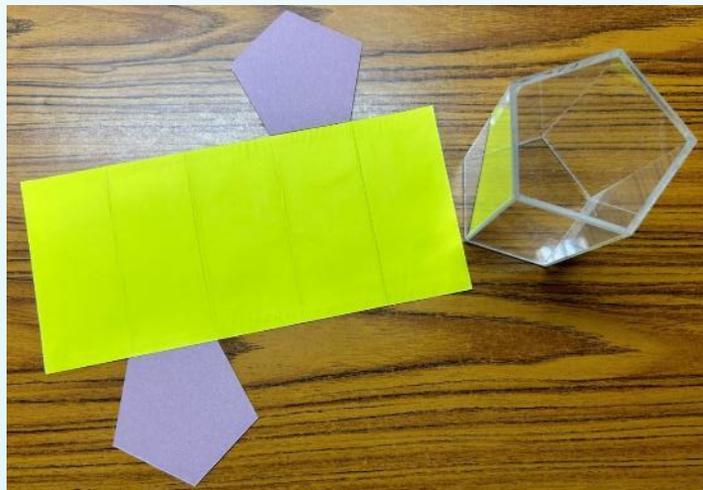
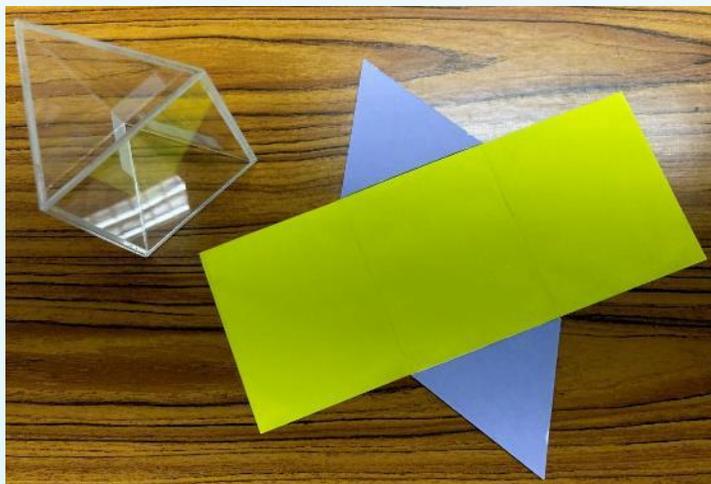
教師於課堂內指明底為長方形



運用立體模型及摺紙圖樣，幫助學生理解底和側面面積的概念

- 學生把摺紙圖樣摺成直立角柱，並以貼紙標示角柱的底
- 學生運用螢光黃色紙標示側面

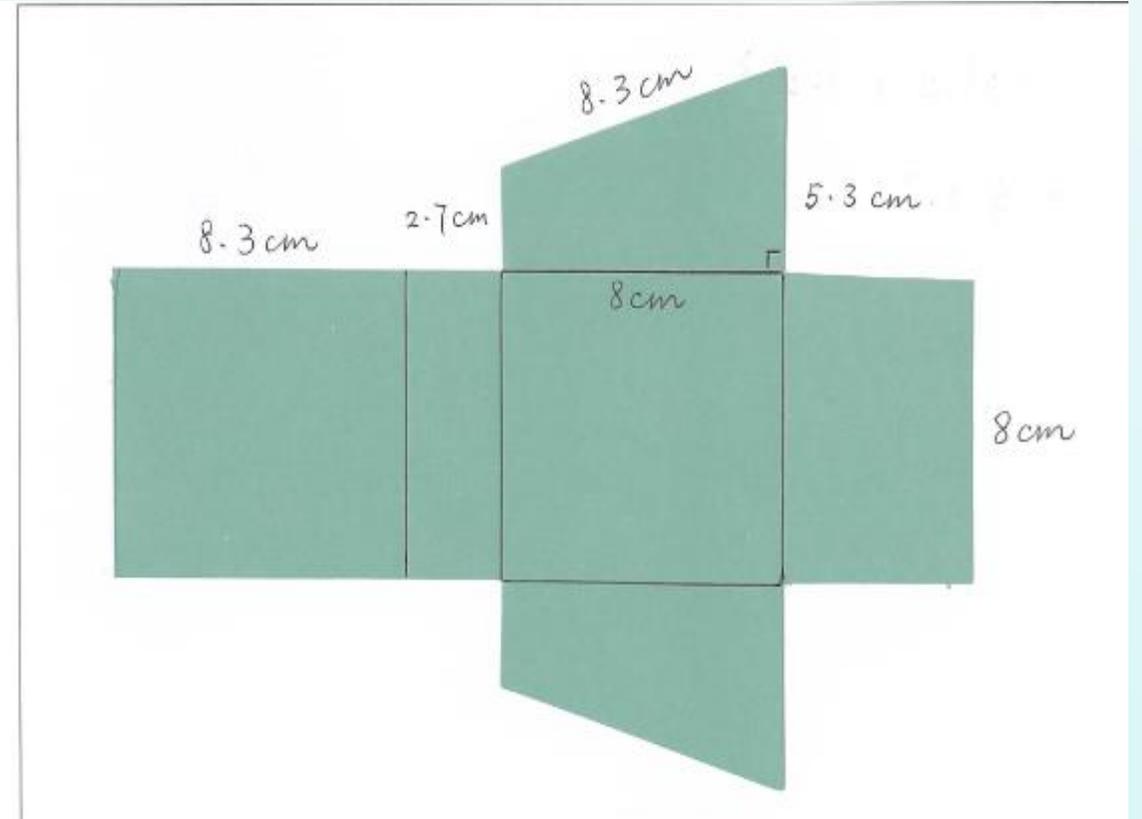
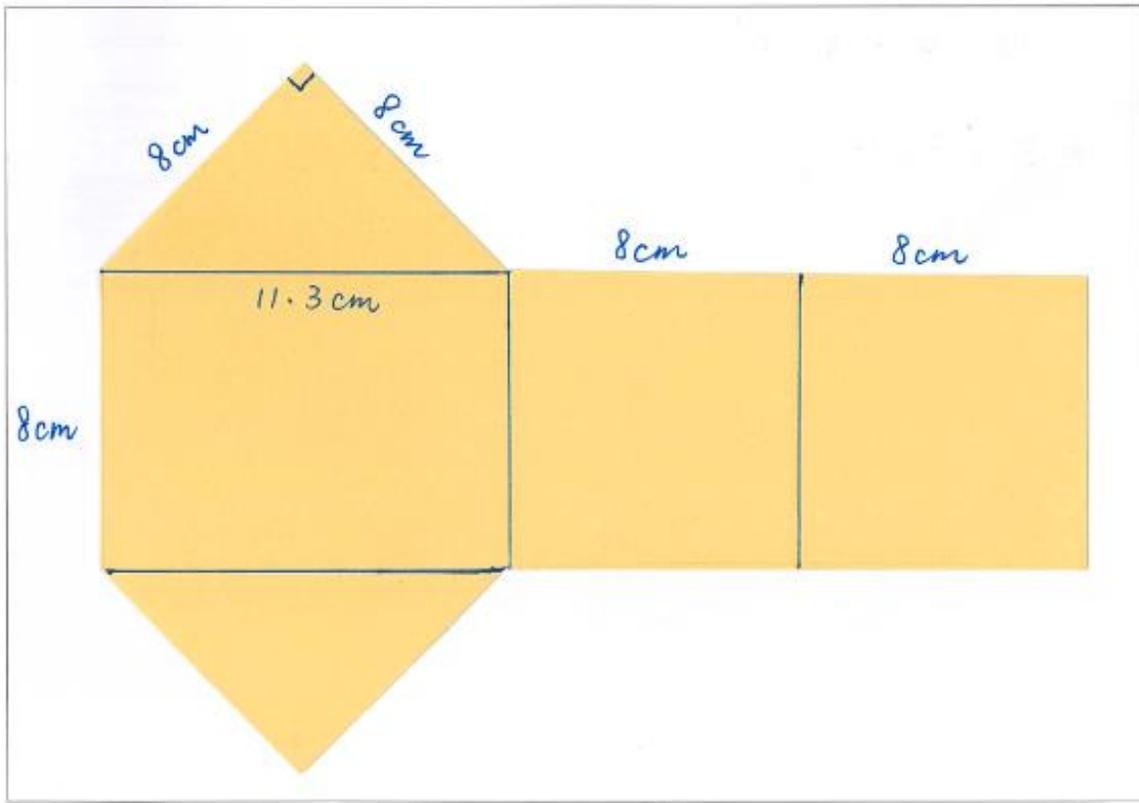
# 運用立體模型教具



運用立體模型及摺紙圖樣，  
幫助學生辨別底和側面



# 角柱摺紙圖樣邊長的長度



# 探究側面面積公式

學生的發現：

- 所有側面形成一大長方形
- 計算角柱的總表面面積時，先把所有側面形成一大長方形，便只需要計算三個面的面積
- 若分別計算每一個側面長方形的面積，有較大機會出現運算錯誤

(a) Find the total surface area of the box.  
果汁直角柱包裝盒的總表面積。

$$\frac{8 \times 8}{2} \times 2 + (8 + 8 + 11.3) \times 8$$

底面積                      底周界                      角柱的高

$$= 64 + 27.3 \times 8$$
$$= 64 + 218.4$$
$$= 282.4 \text{ cm}^2$$

# 連繫數學知識與生活

- 學生正確計算三種角柱的體積、總表面面積和包裝盒成本
- 學生指出日常生活紙包果汁較多屬於底為長方形的角柱，原因為節省成本

總結：

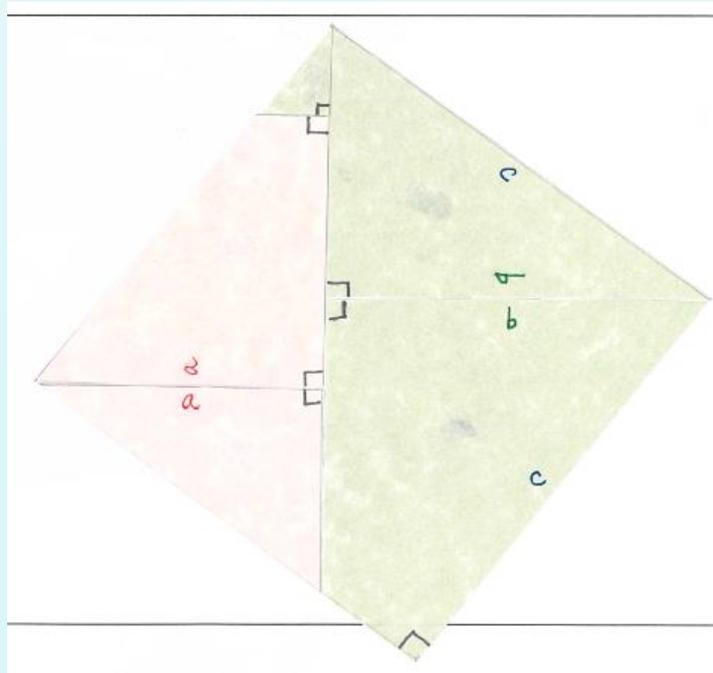
	直直角柱 A	直直角柱 B	直直角柱 C
底	三角形	長方形	梯形
體積	$256 \text{ cm}^3$	$256 \text{ cm}^3$	$256 \text{ cm}^3$
可否盛載 250ml 果汁?	✓	✓	✓
總表面面積	$282.4 \text{ cm}^2$	$256 \text{ cm}^2$	$258.4 \text{ cm}^2$
包裝盒成本	\$ 0.8472	\$ 0.768	\$ 0.7752

# 通過動手操作活動學習幾何概念(2)

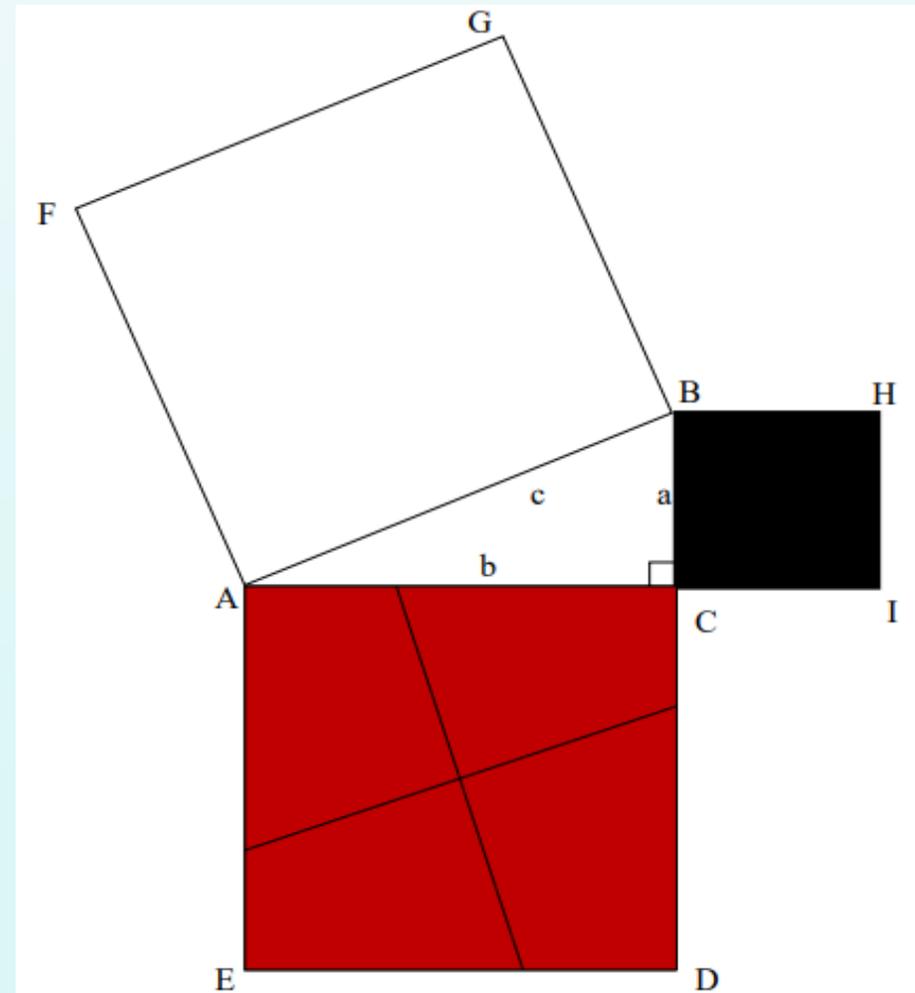
- 中二級「畢氏定理」
- 學習目標：
  - 學生理解如何在直角三角形辨別斜邊
  - 學生理解畢氏定理的其中一個證明
- 學習難點：
  - 學生未能在直角三角形辨別斜邊
  - 學生對與日常生活無關的課題缺乏學習動機
- 學與教策略：
  - 連繫數學概念到日常生活
  - 設計分組學習活動，探究數學課題內關鍵概念

# 通過拼圖證明畢氏定理

教師向學生提問，能否把正方形ACDE和正方形BCIH合併成正方形ABGF，以證明畢氏定理



教師展示其中一個拼圖的示例



# 學生分組進行拼圖活動

- 通過拼圖活動，能力較弱學生較易明白畢氏定理的證明
- 學生理解直角三角形的斜邊為最長的邊



# 於真實情境應用畢氏定理

- 如何求平板電腦顯示器尺寸？
- 學生量度器材的長度和闊度，並運用畢氏定理求它的對角線長度，驗證器材的尺寸是否和生產商聲稱的一致

平板電腦

學生能計算自己平板電腦的尺寸，在日常生活中應用數學知識

長度：\_\_\_\_\_ cm      闊度：\_\_\_\_\_ cm

試計算對角線的長度。[1 吋=2.54cm]

∴ 這是一部 \_\_\_\_\_ 吋 iPad。



# 不同程度題目和學習資源

- 分層工作紙包含基礎題及摘星題，讓學生循序漸進學習解不同程度的二次方程，如  $3^2 + 4^2 = x^2$ 、 $8^2 + 15^2 = x^2$  及  $(x + 1)^2 + 12^2 = 13^2$ ，照顧不同能力學生的需要。
- 提供學習資源延伸課堂的學習。

# 學習活動總結與反思

- 通過動手操作及分組活動，學生能共同探究幾何概念(角柱的側面面積、畢氏定理)，加深理解數學概念。
- 在學習活動加入真實情境元素(角柱果汁盒、平板電腦顯示器)，連繫數學知識與生活，能提升學習趣味，促進理解。
- 能力稍遜學生在課堂中積極參與學習活動，加上教師鼓勵，對學習更有自信。
- 課堂的學習目標需要明確，並適時調節教學內容，確保學生有足夠時間參與學習活動。

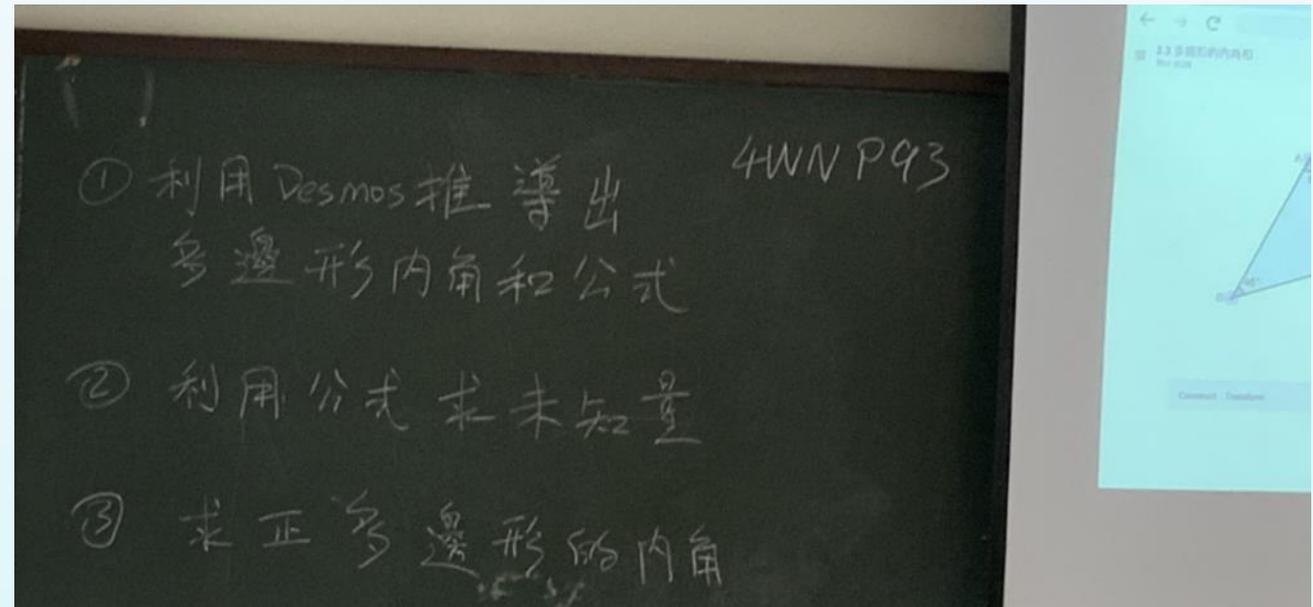
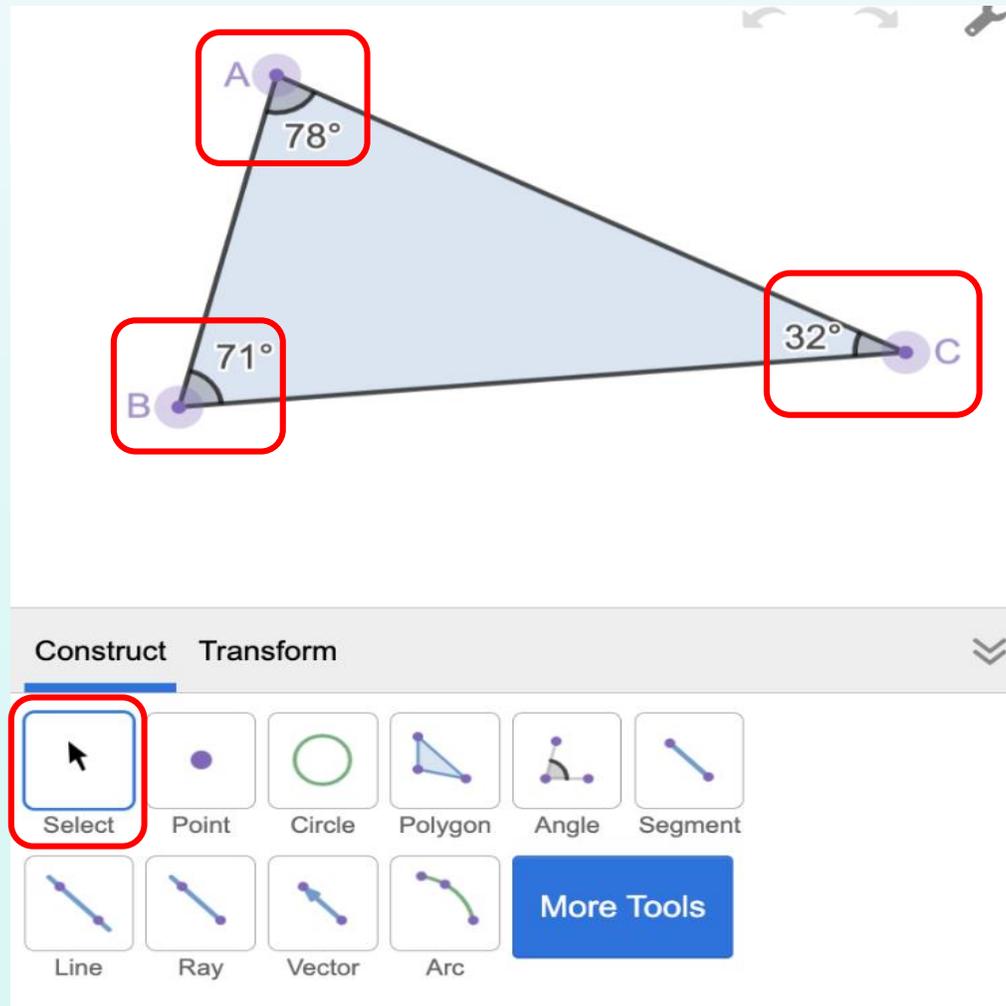
# 運用電子工具加強師生互動

- 中二級「多邊形」
- 學習目標：
  - 運用歸納和演繹法學習平面直線圖形的性質
  - 學生理解「多邊形內角和」公式
- 學習活動流程
  - 重溫與三角形有關的性質
  - 運用Desmos探究「多邊形內角和」公式
  - 運用多邊形內角和公式求多邊形的內角

# 重溫與三角形有關的性質

- 學生已大致掌握與三角形有關的性質，能運用演繹法來學習平面直線圖形的性質
- 部分學生未能靈活運用「三角形的外角」和「等邊三角形的性質」

# 認識動態幾何軟件Desmos



運用Desmos目的：

- 學生較容易繪畫幾何圖形，並即時量度角和線段的大小
- 學生能嘗試不同方法把多邊形分割成三角形

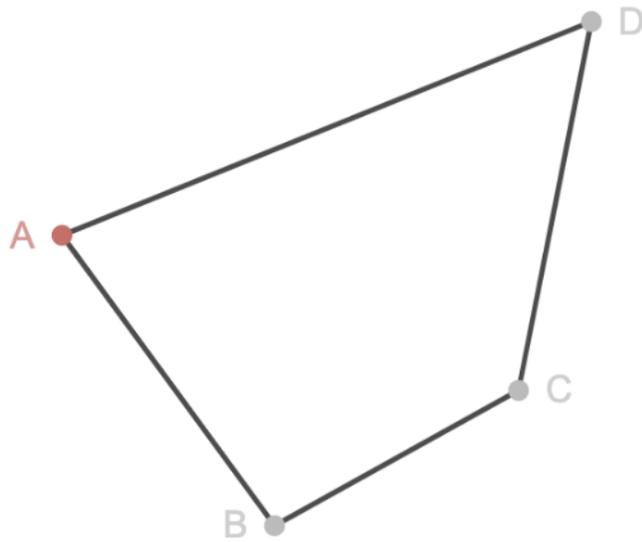
# 探究四邊形內角和

步驟一：

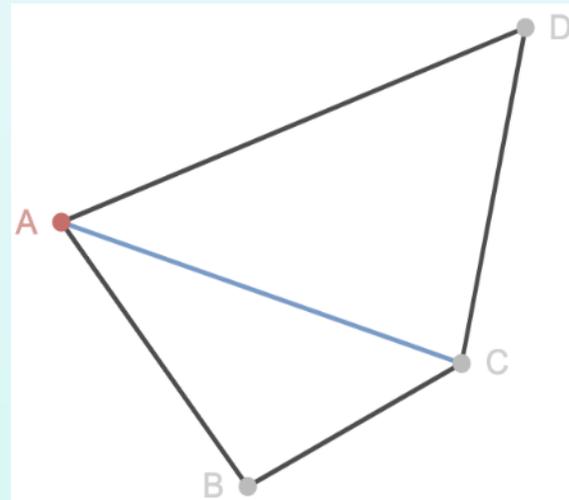
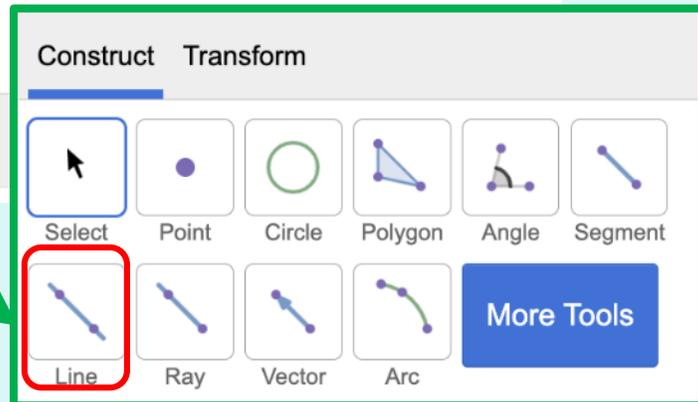
連接多邊形的對角線，將多邊形分割成若干個三角形。

步驟二：

運用三角形內角和，求原來多邊形的內角和。



Construct Transform



## 學生作答結果

問題1：四邊形可分成多少個三角形？

2

問題2：四邊形的內角和是

$(4-2)180=360$

# 探討如何連接四邊形的對角線

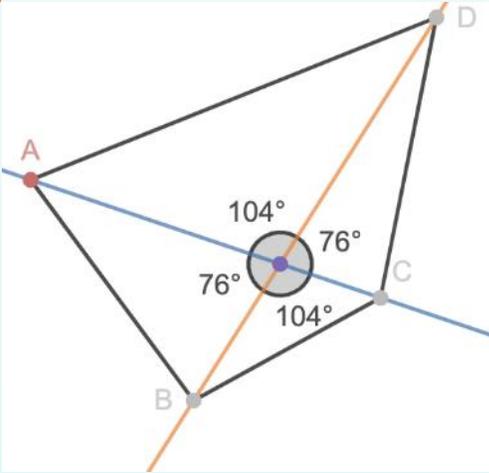
## 學生作答結果

問題1: 四邊形可分成多少個三角形?

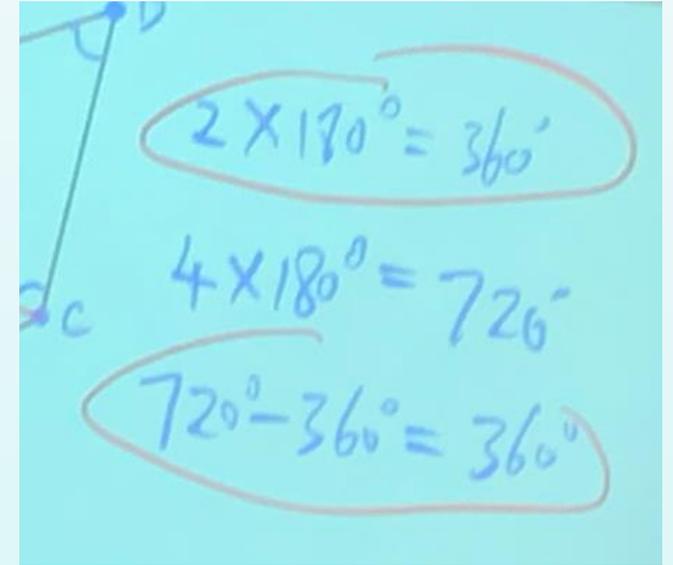
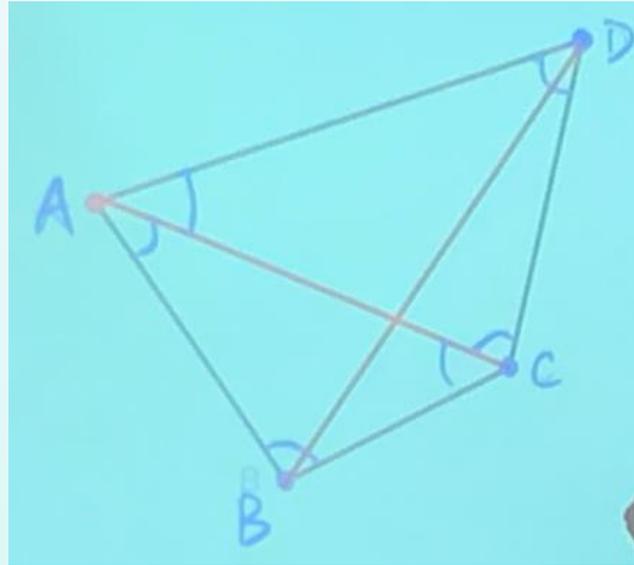
2 or 4

問題2: 四邊形的內角和是

$2 \times 180 = 360$



## 與學生探討對角線的數目

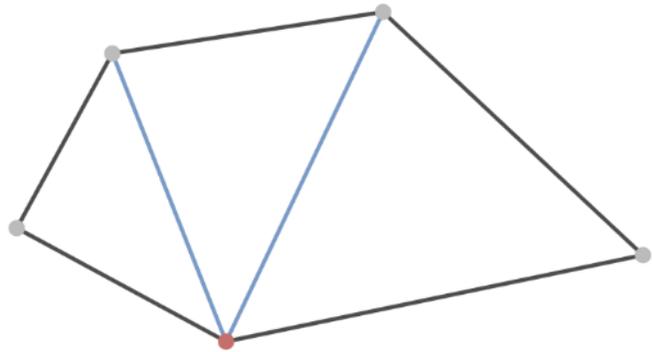


- 學生能指出作2條對角線後分割成4個三角形，其內角和為 $720^\circ$
- 這方法包含了4個不屬於原來四邊形的內角
- 該四個角為同頂角，因此四個角之和為 $360^\circ$

結論：

繪畫1條對角線能更直接求得四邊形的內角和

# 觀察多邊形邊的數目與內角和的關係

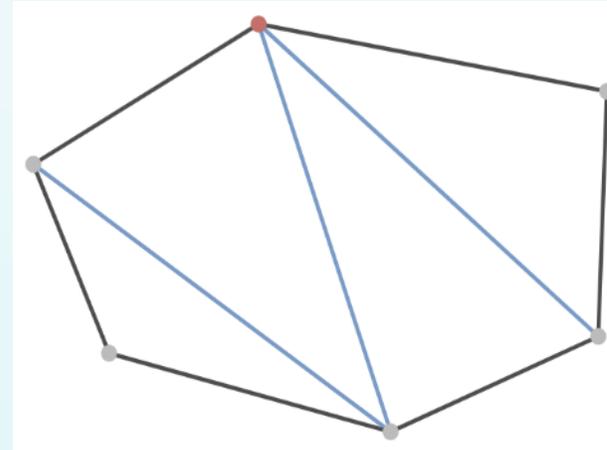


問題1: 五邊形可分成多少個三角形?

3

問題2: 五邊形的內角和是

$$3 \times 180 = 540$$



問題1: 六邊形可分成多少個三角形?

4

問題2: 六邊形的內角和是

$$4 \times 180 = 720$$

- 學生能以不同方法在五邊形和六邊形上繪畫對角線
- 學生能理解求五邊形和六邊形內角和的方法

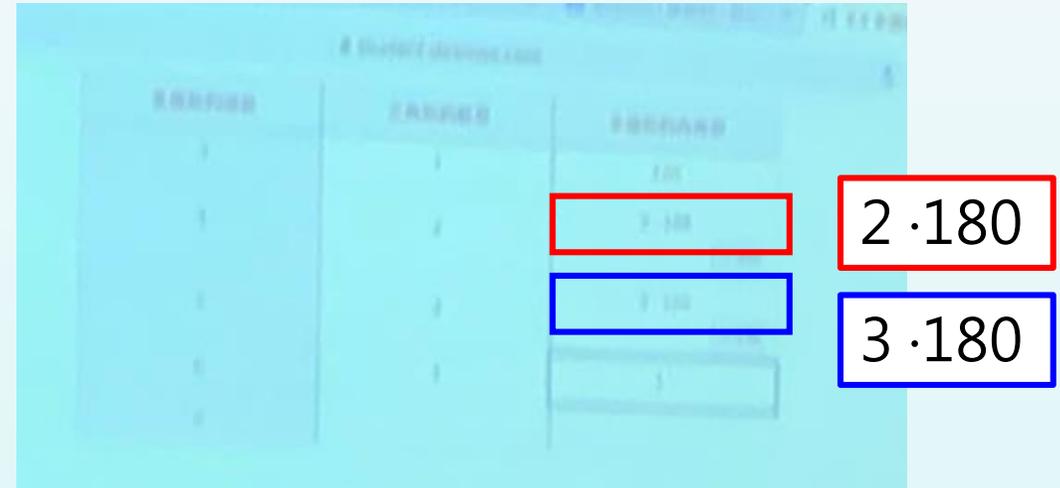


# 探究「多邊形內角和」公式

多邊形內角和公式

多邊形的邊數	三角形的數目	多邊形的內角和
3	1	180
4	2	360
5	3	540
6	4	720
$n$	$n - 2$	$(n - 2) \cdot 180$

1. 利用前4頁的答案以完成上方的表格。
2. 觀察數據，繼而推導出多邊形內角和的公式。



- 學生能寫出三角形以至六邊形能分割出的三角形數目及其內角和
- 通過教師引導，學生能歸納一般結果，從而得出「多邊形內角和」公式



# 教師的反思

- 運用動態幾何軟件進行「多邊形的內角和」的探究活動，有效幫助學生學習圖形的幾何性質。
- 通過在電子平台收集和展示學生課業，為學生提供即時回饋和促進生生互評。

# 總結：學與教策略的成效

- 運用實物教具和電子工具幫助學生把幾何概念形像化。
- 連繫數學概念到日常生活。
- 設計分組學習活動，學生通過動手任務和同儕互動，探究數學課題內關鍵概念。
- 幫助學生細分解題策略。
- 運用電子平台提供即時回饋。
- 鼓勵學生多嘗試，不要害怕失敗。

# 展望

- 建立專業學習社群，提升教師教學效能
  - 持續進行各級共同備課，發展專業交流文化
  - 通過與友校交流，提升教師專業能力，以持續提升學與教質素
- 優化學校課程，提供機會及空間，建立學生學習數學的信心，在教師指導中，讓學生敢於嘗試和從錯誤中學習及成長

完